

Máleflandi vinnubrögð í stærðfræði

Maaïke Hajer við háskólann í Malmö, Björn Kindenberg og Sara Ramsfeldt við Stokkhólmsháskóla

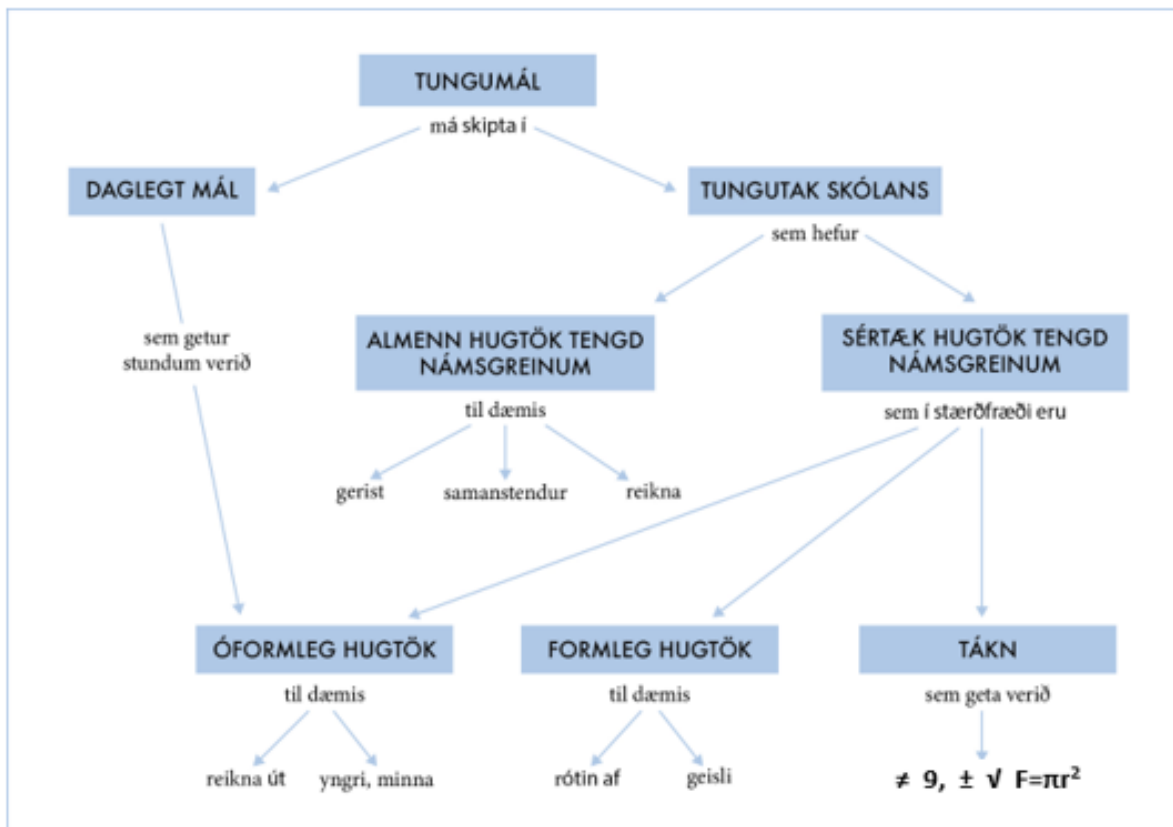
Vald á tungumálinu er lykill að námi og því ætti beiting þess að vera mikilvægur grunnþáttur í allri skólagöngu. Í stærðfræðinámi þróa nemendur stærðfræðilegan skilning sinn á ólíkum fyrirbærum. Það gera þeir með því að lesa, ræða, reikna og skrifa um nýjar hugmyndir, hugtök, aðferðir og stærðfræðilegan rökstuðning. Það er því mikilvægt að kennarar velti fyrir sér hlutverki tungumálsins í stærðfræðinámi og sníði kennslu sína að þeim áskorunum tungumálsins sem nemendurnir standa frammi fyrir í námi sínu.

Árangur nemenda í stærðfræði veltur að stórum hluta á vinnubrögðum kennara (Hattie, 2009). Vinnubrögð kennara endurspeglar nálgun hans að viðfangsefni og kennslu. Hér er markmiðið að styðja kennara við að þróa vinnubrögð sín og nálgun að viðfangsefnum en það tekur tíma og krefst þolinmæði. Því er gott að líta á breytingar sem langtímaferli þar sem kennarar vinna í sameiningu að því að ígrunda kennslu sína og greina eigin styrkleika og veikleika. Þannig má varpa ljósi á við hvaða aðstæður það er gagnlegt að prófa ný vinnubrögð.

Í stærðfræðinámi þurfa nemendur að fá tækifæri til að auka stærðfræðipekkingu sína, ekki bara á hinu stærðfræðilega inntaki heldur líka á tungumáli stærðfræðinnar. Stærðfræðikennari þarf meðvitað að nýta þekkingu sína á tungumálinu og málörvun og styðja nemendur þannig við að þróa hugtakaskilning sinn.

Daglegt mál og tungumál stærðfræðinnar

Mikilvægt er að leggja áherslu á tungumál stærðfræðinnar. Lítið er á það sem hluta af tungumálinu, en daglegt mál og það tungutak sem notað er í skólanum, eru líka hluti af því. Tengslin milli daglegs máls, tungutaks skólans og tungumáls stærðfræðinnar eru sýnd á hugtakakorti (mynd 1).



Mynd 1. Tungumáli má skipta í daglegt mál og tungutak skólans.

Tungumáli má skipta í daglegt mál, sem notað er um hversdagslegar athafnir og í tungutak skólans sem oft er notað um óhlutbundnari fyrirbæri. Tungutak skólans er að stórum hluta samsett af óhlutbundnum orðum sem koma fyrir í öllum námsgreinum. Hverri námsgrein tilheyrir líka sérstakt tungumál sem er einkennandi fyrir námsgreinina. Í stærðfræði eru heiti stærðfræðitákna dæmi um það. Formleg orð sem eru sérstök fyrir stærðfræði eru kölluð hugtök stærðfræðinnar og eru til að mynda orð á borð við „snertill“ og „hlutföll“. Óformleg orð á borð við „tvöfalt meira“ eða „reiknaðu“ eru einnig mikið notuð í stærðfræði en þau eru líka algeng í daglegu máli.

Dæmi um það hvernig formleg og óformleg orð tengjast kemur vel fram þegar fengist er við tengsl og breytingar (sem er sérstakur inntaksþáttur í sænsku námskránni). Þar er farið inn á þætti eins og algebru, hlutföll og stærðfræðileg vinnubrögð.

Nemendur ræða oft sín á milli um að verð á sínum lækkar þegar ný gerð kemur á markaðinn. Í stærðfræði er aðstæðum eins og verðlagningu síma lýst með aðstoð stærðfræðilegra líkana sem sýna mismunandi tengsl sem föll á ólíkum tímapiunktum. Nemendum er ætlað að miðla því hvernig stærðfræðilegu tengslin líta út með því að nota tákn og sýna hvernig skráning á föllum, tímabilum og gröfum lýsa sambandinu.

Það er mismunandi hvernig rætt er um slík tengsl í daglegu máli annars vegar og með tungutaki skólans hins vegar. Í daglegu máli er oft sagt „ef ég geri þetta, þá gerist þetta“. Í tungutaki skólans væri þess í stað notuð orðasambönd á borð við „þetta er háð þessu“. Á formlegu stærðfræðimáli væri þetta svo sett upp sem „þetta er fall af þessu.“ Með stærðfræðitáknum væri þetta skrifað sem $y = f(x)$.

Tungumálið er mikilvægt í stærðfræðinámi

Stærðfræðileg hugtök og tákni leggja grunninn að tungumáli stærðfræðinnar og gera það áhrifaríkt. Tungumál stærðfræðinnar styður við stærðfræðilega röksemdafærslu og er á þann hátt gagnlegt í stærðfræðinámi. Sem dæmi má nefna jafnaðarmerkið sem lýsir því að stæðurnar beggja megin við jafnaðarmerkið séu jafngildar. Jafnan:

$$5 - 3 = 100 - 98$$

segir okkur að mismunur talnanna 3 og 5 sé sá sami og mismunurinn á tölunum 98 og 100. Mikilvægur þáttur í stærðfræðinámi er að skilja hvað táknið í tungumáli stærðfræðinnar merkja.

Formleg hugtök stærðfræðinnar, svo sem fermetri, hnitakerfi, breyta og reglur um forgangsroð aðgerða skipta sköpum í stærðfræðinámi. Þessi hugtök birtast í kennslu, námsbókum, verkefnum og í námsmati. Formleg stærðfræðileg hugtök geta virst erfið þegar þau eru fyrst kynnt. Stundum vill kennari sleppa því að nota þessi hugtök og notar þess í stað samheiti eða umorðar með orðum úr daglegu máli. Þetta getur verið nauðsynlegt en getur einnig verið ákveðin gildra. Tungumálið verður ónákvæmt ef notað er t.d. orðasambandið „hallar upp á við“ í stað „vaxandi“.

Nemendur geta eftt vald sitt á tungumáli stærðfræðinnar við ýmsar athafnir þegar þeir lesa, ræða og skrifa; með öllum bekknum, í hópi eða einir. Í vel skipulögðum verkefnum geta nemendur notað bæði orð úr daglegu máli og úr tungumáli stærðfræðinnar til að kanna og túlka ólíkar aðstæður. Verkefnið getur falist í að lesa og ræða saman til að skilja betur til dæmis hvernig túlka meggi línurit eða hvernig meðalhraði er reiknaður. Þetta mætti einnig gera með því að nemendur lýsi röksemdafærslu sinni bæði skriflega og munnlega. Við lausnir á verkefnum geta þannig skapast tækifæri til að hugtakaskilningur og stærðfræðilegur skilningur þróist samhliða.

Sé kennari meðvitaður um hlutverk tungumáls stærðfræðinnar og hvernig það tengist daglegu máli nemenda, verður auðveldara fyrir hann að velja verkefni sem styðja við beitingu tungumálsins. Hvað þarf til þess að nemendur geti sýnt hæfni sína til að túlka myndrit um þróun íbúafjölda ákveðins svæðis? Þeir verða á einhvern hátt að tjá skilning sinn. Þeir þurfa að nota orð á borð við „eldri“ og „offjölgun“, „y-ás“ og „ferill“. Þeir þurfa einnig að skilja og geta notað setningar á borð við „hallinn sýnir tengsl á milli...“ og „ef aukningin heldur áfram á sama hraða...“. Að ná tókum á tungumáli

stærðfræðinnar er hluti af heildrænum skilningi sem felur miklu meira í sér en að skilja stök orð eða tákni.

Þrjú grunnviðmið fyrir máleflandi vinnubrögð

Í kennslu leitast kennari við að skapa aðstæður fyrir nemendur til að tengja það sem þeir þekkja nýrri sérhæfðri fagþekkingu. Stærðfræðikennsla þar sem lögð er áhersla á beitingu tungumálsins styður við það ferli. Hér eru sett fram þrjú mikilvæg grunnviðmið. Þau eru miðuð við það sem lögð er áhersla á þegar tungumál er lagt til grundvallar við kennslu allra námsgreina (Hajer & Meestringa, 2014).

1. Að nám fari fram í merkingarbæru samhengi

Hægt er að gera stærðfræðina skiljanlegri nemendum með því að tengja hana við daglegt samhengi og aðstæður þar sem tungumál stærðfræðinnar hefur tilgang. Hér vinnur kennarinn venjulega út frá því tungumáli sem nemendur nota í daglegu lífi og með því að umorða stefnir hann að því að nemendur nái tókum á flóknara og nákvæmara tungumáli. Til dæmis geta samræður við ungt fólk innihaldið orð og hugtök þar sem hitamismun er lýst með orðum eins og „tvöfalt kaldara“. Það getur leitt til umræðu um gögn í tölfræði. Hitastig er dæmi um jafnbilakvarða þar sem setja má núllpunktinn á ólíka staði. Kvarðinn verður að vera jafnbilakvarði til þess að hægt sé að segja að eitthvað sé „tvöfalt...“, til dæmis tvöfalt lengra.

Þegar notað er daglegt mál til að gera stærðfræðina skiljanlegri er mikilvægt að vera meðvitaður um að mörg orð geta hafa ólíka merkingu í daglegu og stærðfræðilegu samhengi. Venjuleg túlkun á orðinu „hraði“ felur ekki í sér þá merkingu sem tengist því í stærðfræði. Á tungumáli stærðfræðinnar merkir orðið „hraði“ samband milli tíma og vegalengdar, sem hægt er að setja fram með formúlu ($h = v/t$) og gera enn nákvæmara með einingu (m/s). Í stærðfræði getur „hraði“ verið mjög mikill en getur einnig verið túlkaður sem núll eða sem neikvæður, en það er langt frá túlkun orðsins í daglegu máli.

Orð sem notuð eru í daglegu máli er hægt að skilja sem stærðfræðileg, en eru í raun ólík stærðfræðilegum hugtökum hvað varðar nákvæmni og alhæfingargildi. Til dæmis getur orðið „aðgerð“ þýtt í daglegu máli „framkvæmd“ en á tungumáli stærðfræðinnar er það orð sem skýrir á nákvæman hátt hvernig eitt er háð öðru. Einnig mætti taka sem dæmi orð eins og „sivalningur“. Í daglegu máli þýðir það tiltekið form sem er í laginu eins og niðursuðudós. Á tungumáli stærðfræðinnar er það hugtak yfir margs konar þrívíð form. Kennsla sem grundvallast á máleflandi vinnubrögðum getur snúist um að byggja á daglegu máli nemenda en einnig á því að nemendur átti sig á að sum orð þýða eitt í daglegu máli en eitthvað annað þegar þau eru notuð í stærðfræðilegu samhengi.

Auk þess að nota daglegt mál til að umorða, er mikilvægt að nota fjölbreytta miðla á borð við hluti, myndir, hljóð, myndskreið og fleira til að sýna og gera tengsl í stærðfræði sýnileg.

2. Að stuðla að virkri málnotkun

Margar kenningar hafa verið settar fram um hvernig tungumál og hugsun hafa áhrif á hvort annað, hvort maður þarf tungumál til að hugsa eða hvort hugsunin komi á undan tungumálinu. Þetta eru kenningar sem erfitt er að rannsaka með tilraunum en ljóst er að í kennslu og námi eru það tungumál og samskipti sem standa kennurum og nemendum til boða. Öll kennsla er byggð á tungumáli og samskiptum með ólíkum tjáningarformum. Allt námsmat er byggt á því sem nemandinn tjáir í gegnum tungumálið. Því er mikilvægt að skipuleggja kennslu með það í huga að nemendur fái margvísleg tækifæri til að nota tungumálið.

Til þess að nemendur verði meðvitaðir um hvernig daglegt mál er tengt fagmáli og svo að þeir nái að þróa stærðfræðilega samskiptahæfni sína þurfa þeir að fá mörg tækifæri til að spyrja, ræða saman, rannsaka og skrifa um þau orð og hugtök sem fram koma í kennslunni. Í samræðum nemenda getur skilningur þeirra og reynsla nýst til að byggja upp flókinn hugtakaskilning.

Auðveld leið til að efla munnleg samskipti er að nemendur vinni með stærðfræðiverkefni í hópum og kynni lausnir sínar fyrir öðrum. Í rannsóknarvinnu þar sem notuð eru ýmsum gögn og stærðfræðispil fá nemendur hvatningu til að ræða saman. Nemendur geta svo greint bæði munnlega og skriflega frá þeim hugmyndum og tengslum sem þeir uppgötva í samræðum við aðra. Í kynningum nota nemendur eigin orð, stærðfræðihugtök og táknmál stærðfræðinnar.

Þegar nemendur skrifa um viðfangsefni stærðfræðinnar fá þeir tækifæri til að hugsa skipulega um þau og koma hugsun sinni frá sér á tungumáli stærðfræðinnar með viðeigandi hugtakanotkun. Þegar nemendurnir setja fram stærðfræðilegt samband með eigin orðum eða út frá gefnum upplýsingum geta myndast tengsl milli skilnings á hinu daglega og hinu faglega (Barwell, 2009). Það að skrá skipulega það sem er þekkt og óþekkt í lausnaleyfarferli og að velja vöngum yfir mögulegum lausnaleyðum er önnur leið til að nota ritun til að efla stærðfræðilegan skilning.

3. Að veita stuðning við notkun tungumálsins

Þegar nemendur nota tungumálið á virkan hátt öðlast þeir betri skilning á stærðfræði. Notkun tungumálsins svo sem með þátttöku í umræðum um ólíkar lausnir á stærðfræðilegu fyrirbæri eða til að skilja verkefnalýsingu getur verið krefjandi og nemendur þurfa þá oft stuðning. Þrátt fyrir að það sé oft gott að fara frá því einfalda til þess flókna ætti kennari aldrei að velja of flókið tungumál. Það er engu að síður mikilvægt að allir nemendur fái tækifæri til að fást við verkefni þar sem tungumálið er krefjandi. Kennarar ættu alltaf að veita mikinn stuðning við lausn verkefna sem gera miklar vitsmunalegar kröfur.

Stuðningur getur verið af ýmsum toga og ætti að aðlaga að þörfum hvers og eins. Ein leið til að veita nemendum stuðning við notkun tungumálsins er að láta þá hafa lista með orðum og orðasamböndum á borð við „þetta er rétt, þar sem...” eða „ef maður námundar að næsta hundraði þá verður það...”. Annað dæmi um stuðning gæti verið að beina athygli nemenda að lykilorðum úr texta. Á þann hátt sjá þeir mikilvægi þess fyrir samhengið að greina hvaða stærðfræðilegu afleiðingar lykilorð getur haft fyrir viðkomandi samhengi.

Annað sígilt dæmi er paraverkefni þar sem annar nemandinn teiknar rúmfræðilega mynd eftir fyrirmælum hins. Nemandinn sem teiknar veit ekki hvernig myndin lítur út og sá nemandi sem leiðbeinir fær ekki að sjá hvað hinn teiknar. Nemandinn sem gefur fyrirmælin þarf að nota hugtök rúmfræðinnar svo sem hornalína, miðpunktur og horn. Í glímunni við þetta verkefni þjálfast nemendur í því að nota tungumál stærðfræðinnar því þeir eru á vissan hátt þvingaðir til að nota stærðfræðileg orð og hugtök.

Máleflandi stærðfræðikennsla byggir á samskiptum og getur því stuðlað að uppbyggilegum samræðum og verið þannig stuðningur fyrir nemendur. Einkenni á góðu og hvetjandi námsumhverfi er að nemendur hlusti af virðingu hver á annan, að þeir hafi reglur til að fylgja í samræðum, að þeir sýni fram á að þeir hafi skilið og reyni að gera sig skiljanlega. Það getur einnig verið góður stuðningur að útskýra tungumál stærðfræðinnar við kynningar á efni með því að nota margs konar tjáningarform: umorða, gefa myndrænar upplýsingar og að sýna andstæður.

Hvaða leiðir sem kennari velur til að styðja nemendur er mikilvægt að þeir nái tökum á gagnlegum leiðum til að geta glímt við svipaðar aðstæður á eigin spýtur í framtíðinni. Stuðningurinn má ekki felast í að nemendur læri aðferðir utanbókar sem þeir geta ekki aðlagað nýjum aðstæðum síðar meir. Kennarinn þarf að vera meðvitaður um þekkingu og hæfni nemenda sinna til að geta veitt stuðning sem felur í sér viðeigandi notkun daglegs máls og tungumáls stærðfræðinnar og leiðir til þess að nemendur þrói dýpri skilning á stærðfræði.

Niðurlag

Aðferðir til að efla notkun tungumáls í stærðfræðinámi krefjast þekkingar á einkennum tungumáls stærðfræðinnar og því hvað átt er við með *máleflingu í stærðfræði*. Það getur verið góð lausn um stundarsakir að einfalda tungumál stærðfræðinnar en þegar litið er til lengri tíma styður það ekki við eflingu hugtakaskilnings eða uppbyggingu þekkingar. Allir nemendur þurfa að ná tökum á tungumáli stærðfræðinnar því það er hluti af stærðfræðiþekkingu. Þegar unnið er meðvitað samhliða með tungumál stærðfræðinnar og inntak hennar skapast góð skilyrði fyrir þróun skilnings nemenda á stærðfræði. Nemendur eiga að fá tækifæri til að hugsa, ræða, lesa, skrifa og hlusta í stærðfræðitímum.

Heimildir

Barwell, R. (2009). Mathematical word problems and bilingual learners in England. Í R. Barwell, (ritstj.). *Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives* (Vol. 72). Bristol: Multilingual Matters.

Hajer, M., & Meestringa, T. (2014). *Språkinriktad undervisning: En handbok*. Stockholm: Hallgren & Fallgren.

Hattie, J. (2009). *Visible Learning*. Oxon and New York: Routledge

Námskeið: *Tungumál stærðfræðinnar - framhaldsskóli*

Þróunarhringur 1: *Málefandi vinnubrögð í stærðfræði*

Nafn greinar á frummáli: *Språkutvecklande arbetssätt i matematik (S1)*

Þýðendur: *Sólrún Ýr Guðbjartsdóttir, Jónína Vala Kristinsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir*

Þýtt með leyfi frá Skolverket.