

Mælingar

Ola Helenius hjá NCM, Maria L. Johansson hjá Luleå tækniháskólanum, Troels Lange, Tamsin Meaney, Eva Riesbeck og Anna Wernberg hjá Háskólanum í Malmö

Í greininni *Unnið með magn* í þróunarhring 9 útskýrðum við hugmyndina um stærðfræðilega viðfangsefnið að mæla út frá dæmi þar sem borið var saman magn af gullsandi í tveimur ílátum. Við lýstum tveimur leiðum til að gera samanburðinn. Fyrri leiðin var að hella sandinum úr öðru ílátinu í stærra ílát og merkja hve hátt sandurinn nær, gera síðan það sama við sandinn úr hinu ílátinu og bera svo saman merkingarnar tvær. Seinni leiðin er að nota ausu, moka upp einni ausu í einu, telja ausurnar og bera síðan saman fjölda ausa sem voru í hvoru íláti. Við lýstum einnig hvernig hægt er að tengja þessar tvær leiðir talnalínunni sem bæði byggir á því að mæla með því að bera saman merkingar á sama formi og með því að telja fjölda „hentugra“ eininga til að mæla það magn sem um ræðir. Þannig eru hugtökin að mæla og telja tvær hliðar á sömu mynt: mæling er að telja (einingar) og talning er að mæla (fjölda).

Hér köfum við dýpra í grundvallarhugmyndir stærðfræðilega viðfangsefnisins að mæla. Í greininni *Stærðfræðileg viðfangsefni* (þróunarhringur 1) notuðum við dæmi um girðingu úr staurum til að útskýra hvað stærðfræðilegt viðfangsefni er. Hægt var að gera staurana jafnlanga með því að leggja þá hlið við hlið og saga af þeim. Einn staurinn er geymdur þannig að hægt sé að gera nýja staura af sömu lengd, til dæmis til þess að skipta út ónýtum staurum eða byggja aðra eins girðingu. Staurinn er þá orðinn hlutgerð eftirmynd af hugmyndinni um lengd; hann er orðinn að mælieiningu fyrir lengd.

Í þessari ímynduðu sögu er að finna mörg grundvallaratriði viðfangsefnisins að mæla. Í fyrsta lagi er alltaf ákveðinn eiginleiki til staðar sem á að rannsaka. Í dæminu um girðinguna er staur sem er hogginn úr tré sem óx á tilteknum stað. Það er hægt að sjá og upplifa tré á marga vegu. Það getur verið fallett, vaxið á helgum reit, gefið góðan skugga og svo framvegis. En í öllum þeim hughrifum sem tréð vekur þarf að aðgreina eiginleika staurans. Tré sem getur orðið að góðum staur hefur eftirfarandi eiginleika: að vera nógu hátt og svert til þess að hægt sé að búa til dæmis til fjárhelda girðingu.

Þegar búið er að aðgreina þann eiginleika sem skiptir máli er komið að hinu grundvallaratriði stærðfræðilega viðfangsefnisins að mæla, það er að mængra hann. Í dæminu um girðinguna felur það í sér að ákvarða hve langir staurarnir eiga að vera. Ef til vill er nóg að staurarnir séu jafn háir dýrunum sem girðingin á að halda inni eða úti. Ef þá er lögð við dýptin sem þarf að grafa staurana á til þess að þeir verði stöðugir, er komin ákveðin hugmynd um hve langir staurarnir þurfa að vera. Það er hve mikið af eiginleikanum lengd staurarnir þurfa. Dæmið sýnir einnig að hugmyndin um lengd getur haft mismunandi birtingarmyndir. Við fyrstu sýn eiga

kindur, hola og staur lítið sameiginlegt, en ef við setjum á okkur „lengdargleraugun” má sjá ýmislegt sameiginlegt. Hæð kindarinnar, dýpt holunnar og lengd staurins eru hlutar af sama eiginleika, það er lengdarinnar.

Rökfærslan hér að ofan beinir sjónum að því að svör við spurningunni *hve mikið*, fela alltaf í sér einhverskonar samanburð. Staurinn er *lengri* en hæð kindarinnar, og líka *lengri* en dýpt holunnar. Lengd staurins er *jöfn* samanlagðri lengd (hæð) kindarinnar og lengd (dýpt) holunnar¹. Hægt er að gera beinan samanburð þar sem staur af réttri lengd er lagður við hliðina á „verðandi staur”, en það er líka hægt að gera óbeinan samanburð. Það má hugsa sér að þegar fyrsti staurinn var búinn til hafi kannski verið byrjað á því að taka staur og merkja hæð kindar á hann. Svo var tekinn annar staur og dýptin á holunni er merkt á hann. Þá eru merkingarnar yfirfærðar á þriðja staurinn og hann sniðinn til í girðinguna. Girðingastaurinn sjálfur er sem sagt ekki borinn beint saman við hæð kindarinnar og dýpt holunnar, heldur er samanburðurinn óbeinn í gegnum hina tvo.

Hér má líka sjá „samanburðar eiginleika” sem voru einnig ræddir í þróunarhring 9 út frá námskrá Davydovs. Það er hægt að setja saman tvær lengdir og fá þá nýja lengd: Dýpt holunnar (A) og hæð kindarinnar (B) eru samtals lengd staurins (C).

$$A+B=C$$

Önnur leið til að sjá þetta er að lengd staurins er lengri en kindin, sem nemur dýpt holunnar. Með öðrum orðum, ef við drögum hæð kindarinnar frá lengd staurins, verður dýpt holunnar eftir.

$$C-B=A$$

Það er sem sagt hægt að skipta lengdum upp í hluta og heild og það er hægt að draga lengdir frá og leggja þær saman án þess að þær séu táknaðar með tölum.



Mynd 1. Mæla deig með „einingasnúð”.

¹ Tungutakið getur verið svolítið ruglandi þar sem venjulega er vísað til lengdar lóðréttra hluta sem hæðar, ef þeir eru ekki undir yfirborði jarðar, en þá tölum við um dýpt. Láréttum hlutum er lýst með lengd. Hér er átt við umfang í einvídd og hugtakið er lengd.

Í frásögninni af girðinginni er líka að finna þriðja grundvallareiginleika mælinga, nefnilega einingu. Staurinn sem er geymdur, verður mælieining fyrir lengd, hlutur sem hægt er nota til að mæla lengd einhvers annars, mælieining. Annar staur getur verið lengri eða styttri en mælistaurinn. Hægt er að mæla lengd girðingarinnar með mælistaurnum og segja að hún sé jafnlöng og ákveðinn fjöldi mælistaura. Þetta sýnir aðra af tveimur hliðum þess að mæla með mælieiningu. Það er hægt að mæla eitthvað „langt“ með „stuttri“ mælieiningu og telja hve margar einingar jafngilda „löngu“ lengdinni. Hin hliðin er að það er hægt að bera saman „stutta“ hæð kindarinnar við lengri mælistaur og skrá hæð kindarinnar með því að merkja við á mælistokkinn. Á mynd 1 má sjá hvernig deigrúlla er mæld með einum skammti af deigi sem mælieiningu. Það er hægt að segja að rúllan sé sjö skammta löng.

Viðfangsefnið að mæla samkvæmt Bishop

Þegar Bishop (1988) skrifar um mælingar dregur hann fram sömu eiginleika og í umfjölluninni hér á undan, það er aðgreiningu, samanburð og einingu, en hann fjallar jafnframt um þær menningarbundnu aðstæður sem viðfangsefnið mælingar þróast í. Dæmi um slíkt eru lengdareiningar sem þróast með líkamann sem viðmið.

Mælingar fást við samanburð, röðun og að mánngera eiginleika sem hafa virði eða þýðingu. Í öllum menningarheimum eru sumir hlutir meira virði en aðrir ... en það er misjafnt milli menningarheima hvers virði ákveðnir hlutir eru ... Það er mjög dæmigert að nærumhverfið hefur áhrif á bæði hvað er mælt og hvernig það er mælt. Sem dæmi, þá hefur mannslíkaminn eflaust verið fyrsta mælitækið sem notað var í öllum menningarheimum (bls. 34)

Í öllum menningarheimum er til staðar þörf til að tjá sig með orðum um samanburð og röðun eiginleika. Þörfin fyrir að mæla verður til þegar þess er óskað að bera saman eiginleika, það er þegar hugsað er um hluti sem *meira en* eða *minna en*. Einn steinn er *þungur*, annar er *þyngri* og meðal margra steina er hægt að benda á þann sem er *þyngstur*. Þegar búið er að aðgreina eiginleika, þá fylgir í tungumálinu lýsingarorð (*þungur*) og efri stig þess (*þyngri*, *þyngstur*).

Málið þróast til þess að geta lýst aðstæðum sem eru mikilvægar. Þegar þörfin fyrir að bera saman tvo eða þrjú hluti vaknar, verður til hugmyndin um röðun. Tungumálið þróast þá einnig, til dæmis verða til raðtölur, fyrsta, annað, þriðja og svo framvegis. Þá er hægt að vísa til „þriðja þyngsta steinsins“. Þegar eiginleikar verða mikilvægari, „hlutgerast“ þeir í tungumálinu, þeir þróast úr lýsingarorði yfir í nafnorð. Til dæmis eru lýsingarorðin *þungur*, *þyngri*, *þyngstur* hlutgerð í nafnorðinu *þyngd*. Eiginleikinn er nú orðinn að „hlut“. Þá er hægt að tala um „þyngd steinsins“. Þess utan er búið að aðgreina *þyngd* sem eiginleika sem er sameiginlegur fyrir alla hluti.

Annar grundvallareiginleiki röðunar er „á milli”. Ef við erum með tvo steina sem eru misþungir, þá er alltaf hægt að hugsa sér stein sem er á milli þeirra í þyngd. Ef við erum með tvö mislöng prik, er hægt að hugsa sér eitt sem er á milli þeirra, og jafnvel að búa til eitt slíkt með því að brjóta örlítið af lengra prikinu.

Námskráin

Í námskrá fyrir leikskólann, Lpfö 18, stendur að:

Leikskólinn á að gefa hverju barni tækifæri til að þróa ...

- *getuna til að nota stærðfræði til að rannsaka, ígrunda og prófa ólíkar lausnir eigin vandamála og annarra,*
- *skilning á rými, tíma og formi og grundvallareiginleika magns, mynstra, fjölda, röðunar, talna, mælinga og breytinga og tækifæri til stærðfræðilegra rökfærslna um þessa hluti,*
- *getuna til að aðskilja, tjá, rannsaka og nota stærðfræðileg hugtök og samband á milli hugtaka,*
(Skolverket, 2018, bls. 14)

Fyrsta markmiðið og það síðasta fjalla um getu, en það í miðið fjallar um stærðfræðilegt inntak. Mæling er til dæmis tilgreind sem ákveðið inntak sem börn fá tækifæri til að mæta í kennslu leikskólans. Fyrsta og síðasta markmiðið hanga saman þar sem börn í leikskóla eiga að rannsaka, ígrunda og prófa ólíkar lausnir eigin vandamála og annarra til þess að þróa getu sína til að fylgja rökum, aðgreina, rannsaka og nota stærðfræðileg hugtök sem tengjast mælingum, tíma og breytingum.

Í greinargerðinni með námskrá leikskólans (Utbildningsdepartementet, 2010) er fjallað um þau sex stærðfræðilegu viðfangsefni sem Bishop setti fram sem *leið að markmiðum námskrárinnar* (bls. 11). Þar er viðfangsefninu að mæla lýst á eftirfarandi vegu:

Mæla - Aðgreina og rannsaka ólíka eiginleika hluta og fyrirbæra, t.d. stærð, hitastig, lengd, breidd, hæð, þyngd, rúmmál, styrkleika og jafnvægi. Bera saman, raða, ákvarða og leggja mat á það sem er líkt og ólíkt. Búa til eftirmyndir af eiginleikum og samanburði með hlutum, teikningum, myndum, orðum og öðrum miðlum. (Utbildningsdepartementet, 2010, bls. 11)

Grundvöllur mælinga eins og honum er lýst hér er sá sami og sá grundvöllur sem við höfum þegar lýst hér að ofan og í þróunarhring 9. Eiginleikar eru aðgreindir, bornir saman og táknaðir.

Hér að neðan munum við sjá dæmi um börn sem eru þátttakendur í stærðfræðilega viðfangsefninu að mæla undir fyrirsögnunum rannsaka, mynda hugtök og tákna.

Rannsaka

Börn eru þátttakendur í stærðfræðilega viðfangsefninu mæla í leik þegar þau aðgreina og rannsaka ólíka eiginleika hluta og fyrirbæra, svo sem stærð, hitastig, lengd, þyngd og rúmmál. Þau bera oft saman hluti, svo sem hve stórt eða lítið eitthvað er í samanburði við annað. Í mörgum tilvikum nota þau líkama sinn við mælingarnar. Eftirfarandi frásögn er dæmi um slíkt.



Mynd 2. Leikur með dekk.

Börnin eru að leik úti á lóðinni og byrja að rannsaka dekk sem liggja þar. Saman vilja þau byggja háan turn úr dekkjunum og spyrja leikskólakennarann hvernig þau eigi að fara að. Leikskólakennarinn lætur börnin hugsa sjálf og Marie byrjar að lyfta upp dekki og segir að það sé þungt. Annað barn kemur og hjálpar henni að lyfta dekkinu.



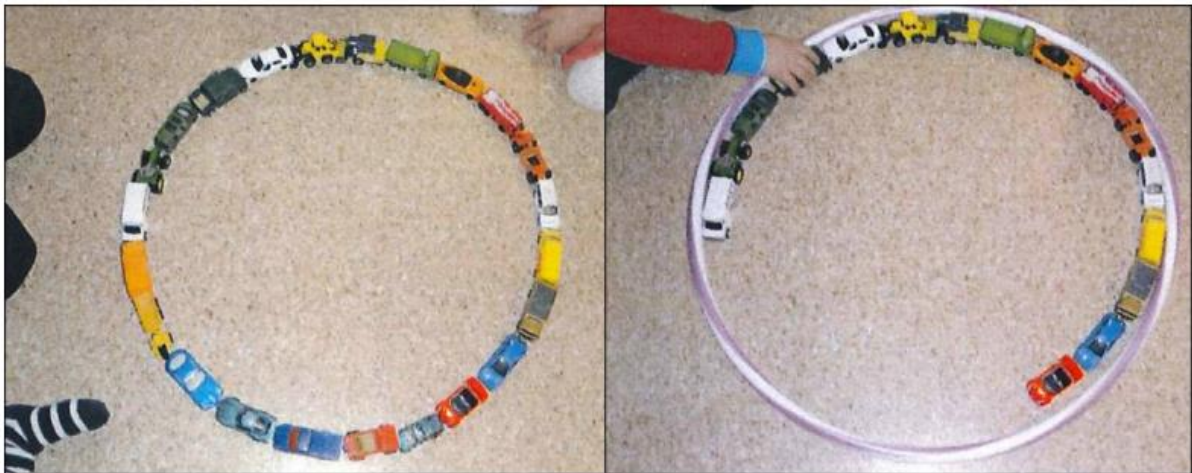
Mynd 3. Stafla hærra.

Þegar staflinn verður of hár til að börnin nái upp á hann biðja þau leikskólakennarann um aðstoð. Börnin byrja að telja dekkinn og bera þau saman hæð sína við hæð staflans og komast að þeirri niðurstöðu að þau séu næstum jafn há.

Þegar börnin takast á við það verkefni að raungera hugmyndina um háan stafla af dekkjum, veldur þyngd dekkjanna vandræðum. Þau ná að leysa úr þeim með því að hjálpast að við að lyfta dekkjunum, en það er þó ekki nóg þegar staflinn verður hærri. Börnin uppgötva að það er ekki bara þyngd dekkjanna sem skiptir máli, heldur einnig hversu hátt þau ná. Hæð staflans er bæði mæld í samanburði við hæð barnanna og með því að telja dekkinn. Hæð barnanna er einnig mæld í samanburði við dekkinn.

Að tjá mál hlutar með vísan í eigin líkama er sjálfsagt þar sem börnin hafa alltaf aðgang að honum.

Rannsóknir gefa líka tækifæri til að skoða flóknari hugmyndir, svo sem hvernig á að mæla hluti sem ekki eru beinir, sjá mynd 4.



Mynd 4. *Lengd ummálsins.*

Hér hafa börnin raðað leikfangabílunum án bíla innan í húllahring. Þau geta rætt hversu stór hringurinn er, það er lengdina á ummálinu, með því að telja bílana. Seinna getur leikskólakennarinn ögrað tilgátum-í-athöfn hjá börnunum, með því að velta upp spurningunni hvort bílarnir þurfi allir að vera af sömu lengd til þess að fá nákvæma mælingu. Þá væri aðalatriðið hve nákvæm mælingin þarf að vera, þarf til dæmis „fasta“ mælieiningu.



Mynd 5. Hoppað í rúminu.

Í myndinni „Hoppað í rúminu“ í þróunarhring 6 (mynd 5) sjáum við hvernig drengurinn hefur lagt mat á lengdina að rúmbríkinni og hefur aðlagð leik sinn að matinu. Á fyrstu myndinni er hann næstum dottinn út úr rúminu, á næstu mynd hefur hann dottið aftur, en horfir nú eftir brúninni og flytur svo leikinn fjær henni. Það má segja að hann geri samanburð með eigin líkama og noti hann sem verkfæri til að meta hve nálægt brúninni hann getur verið án þess að detta út úr rúminu. Það má sjá að hann er byrjaður að byggja hugtak-í-athöfn fyrir hugtakið mæla.

Mynda hugtök

Í dæminu hér að framan, þar sem börnin stafla dekkjunum, fást þau við allar þrjár meginhugmyndir mælinga sem Wright, Drake, Giss og Hughes (2007) lýsa: eiginleika, einingu og skala (skali í þessu samhengi vísar til skala á mælitæki, til dæmis á reglustiku). Þó að þessi börn séu að fást við hæð (eða lengd), þá eru hugtökin sameiginleg með öðrum stærðfræðilegum stærðum svo sem rúm taki, þyngd, flatarmáli og tíma. Börnin þurfa smám saman að þróa getu sína við mælingar, til dæmis að læra að nota reglustiku, en það er enn mikilvægara að þau skilji hugtökin sem liggja að baki getunni. Ef skilningurinn er til staðar hafa börnin forsendur til þess að greina sameiginlega þætti mælinga óháð því hvað er verið að mæla.

Eiginleiki

Fyrsta meginhugmynd mælinga, eiginleiki, felur í sér að barnið geti aðgreint heppilegan eiginleika fyrir samanburð. Í rannsókn Lembrér (2013) í sænskum leikskóla, lýsir hún hvernig samræður barnanna um sumarfrí leiddu til þess að þau

teiknuðu kort. Í samtalinu hér að neðan virðast börnin nota orðið „pláss” í merkingunni svæði, en leikskólakennaranum er það ekki ljóst í byrjun.

- Leikskólakennari: Hvers vegna náðuð þið í blað?
Stefan: Við þurfum pláss.
Leikskólakennari: Þurfið pláss? Hvað meinar þú?
Stefan: Pláss fyrir báta, flugvélar, bíla, flugvöll, vegi, það er hægt að fara með rútu. Arne er með rútur (*Stefan horfir á Evu og hún kinkar kollí*).
Eva: Ég er búin að teikna höfn, bátarnir mínir eru á bakvið hvern annan og ég á fimm báta. Ég verð að teikna alla fimm til að fá pláss.

Þó að börnin noti ekki orðið „svæði” er ljóst að þau vilja teikna svæði á blaðið sem er nægilega stórt fyrir öll leikfangafarartækin. Þau ætluðu að bera hvert farartæki saman við svæði á blaðinu. Yngri börn nota oft orðið „stærð” til að tjá hæð eða rými en pláss í staðinn fyrir svæði. Það er mikilvægt að leikskólakennarinn átti sig á hvaða eiginleika börnin eru að aðgreina til þess að aðstoða þau við að þróa stærðfræðilegt tungumál.

Það er ekki alltaf mögulegt að gera beinan samanburð á stærð hluta eins og í dæminu hér að ofan þar sem stærð hvers báts er ákvörðuð út frá plássinu sem hann þarf. Til þess að geta borið saman magn sandsins í ílátunum í greininni *Unnið með magn* í þróunarhring 9 eða fundið út hvor veggurinn í herberginu er lengri, er ekki hægt að gera beinan samanburð. Í dæminu með sandinn er hægt að nota fötu og merkja hve hátt sandurinn úr hvoru íláti nær. Í dæminu með veggina er hægt að merkja á band hve langur annar veggurinn er og bera það svo saman við hinn vegginn. Að nota þannig þriðja hlut til að bera saman stærð tveggja hluta er kallað yfirfærð röksemdafærsla.² Þetta þýðir að samanburðurinn er gerður með ótengdum hlut, viðmiðunarhlut (máti), til þess að ákvarða hvor hluturinn er stærri (Kamii, 2006). Börn sem geta ekki borið saman tvo hluti á óbeinan hátt hafa ekki enn þróað skilning á yfirfærðum röksemdafærslum.

² Hér er samanburðurinn gerður með því að „yfirfæra” mælinguna á lengd annars veggsins yfir á hinn vegginn með bandinu. Ef að annar veggurinn er jafn langur bandinu og bandið er lengra en hinn veggurinn þá er fyrri veggurinn lengri en sá seinni.



Mynd 6. Hitastig borið saman.

Í myndbandinu „Hitamælingar“ (mynd 6) nota börnin hendurnar til að reyna að ákvarða hvert þeirra er með heitasta ennið. Eins og leikskólakennarinn í myndinni bendir á er þetta ekki mjög traust aðferð til að gera samanburð, en börn sem fá tækifæri til að rannsaka svipaðar aðstæður þróa með tíð og tíma meðvitund um yfirfærða röksemdafærslu.

Eining

Mátið sem er notað við yfirfærða röksemdafærslu er mælieining. Til dæmis er hægt að líta á farartækin sem mælieiningu, þegar börnin nota þau til að mæla ummál hringsins. Þegar „eitthvað langt“ er mælt með „einhverju stuttu“, þurfa börnin að skilja að það er nauðsynlegt að nota sömu mælieiningu og það þarf að stilla henni upp án þess að það séu bil á milli til þess að mælingin verði sambærileg. Það sama gildir þegar mæla á flöt og tíma og það gildir einnig um rúmmál, þó að það geti verið flóknara að gera það sjónrænt. Þá þurfa börn að öðlast reynslu af því að það er hægt að skipta mælieiningum upp í minni einingar sem bæði er hægt að setja saman og skilja í sundur til þess að ákvarða stærð eða magn. Krókódill er kannski jafn langur og einn „fjarka Legókubbur“ og einn „tvista Legókubbur“. Á mynd 3 stendur barn við hliðina á stafla af dekkjum til að mæla hæð sína. Dekkin eru jafnþykk og það eru engin bil á milli þeirra, sem gerir það að verkum að börn geta tjáð hæð sína í fjölda dekkja.

Börn þurfa reynslu af margs konar einingum. Nákvæmni í mælingum er ekki mikilvæg á þessu stigi, en nauðsynlegt er að geta aðgreint hvernig hægt er að setja einingar saman og taka þær í sundur til þess að sjá hver mismunurinn er.

Skali

Í greininni *Unnið með magn* í þróunarhring 9 lýstum við hvernig hægt er að tengja saman tvær leiðir til þess að mæla magn sands. Í öðru tilfellinu voru sett merki inn í

„einingafötu” og í hinu tilfellinu var fjöldi ausa talinn. Það er hægt að tengja þessar tvær leiðir saman með því að gera merkingar í fötuna sem tákna fjölda ausa. Við getum hugsað okkur lokaafurðina sem talnalínu á einingafötunni sem gerir það mögulegt að gera ausuna sem mælieiningu án þess að nota hana beint. Í staðinn er hægt að sjá magn sandsins með því að lesa mælinguna af fötunni. Það er svona „mælinga-talnalína” sem í þessu samhengi er hægt að túlka sem „skala”. Slíka skala er búið að staðla í ýmsum mælitækjum svo sem reglustiku, lítramáli, vog, hitamæli, klukku og svo framvegis. Reglustika, svo dæmi sé tekið, er eftirmynd af stöðluðu mælieiningunni sentímetri, þar sem hún er óbein leið til þess að leggja niður lengdareiningar hverja á eftir annarri. „Endurtekningin og niðurbrotið á mælieiningunni er þegar til staðar á reglustikunni og auðveldar notendunum verkið” (McDonough & Sullivan, 2011, bls. 29). Á sama hátt er hægt að sjá lítramál sem leið til þess að „leggja niður” desílítra hvern á eftir öðrum.

Þegar börn mæla hæð er auðveldara fyrir þau að sjá og skilja núllpunkta. Í dæminu um dekkinn er jörðin núllpunkturinn fyrir bæði staflann af dekkjum og barnið. Það er frá jörðinni sem báðar hæðir eru mældar. En það getur skapast óvissa um núllpunktinn þegar börn mæla með mælitækjum eins og til dæmis reglustiku. Á mynd 7 má sjá dæmi um hvernig barnið leggur ekki núllpunktinn á brún blaðsins. Þetta þýðir að það þarf enn að ögra tilgátum-í-athöfn um núllpunktinn hjá barninu.



Mynd 7. Mæling með reglustiku.

Í næsta dæmi, líka úr rannsókn Lembrér (2013), sýnir barn góðan skilning á endapunkti hvernar einingar þegar hún lýsir hvernig hún tryggði að það væri nóg pláss fyrir alla bátana í höfninni hennar. Hún greinir vel hvar hver eining byrjar og endar og hvernig lok einnar einingar er jafnframt upphaf þeirra næstu.

Eva hefur áður teiknað fimm báta sem hún raðaði í röð.

- Leikskólakennari: Er pláss fyrir bátana þína?
Eva: Já, ég veit núna hvað höfnin þarf að vera stór.
Leikskólakennari: Hvernig veistu það?
Eva: Bátarnir mínir eru í röð (*hún bendir*) og ég er búin að teikna tvær línur núna, sjáðu (*hún fjarlægir bátana og bendir á línurnar*).
Leikskólakennari: Sjáum til, ein lína fyrir framan fremsta bátinn og önnur fyrir aftan fimmta bátinn.
Eva: (*tekur fram bát og stillir honum upp aftan við fyrstu línuna*), báturinn minn stendur fyrir aftan línuna, ekki fyrir framan.
Leikskólakennari: Já það passar, báturinn er fyrir aftan línuna og línan er fyrir framan bátinn.

Það má líta á klukku sem skala fyrir mælingu á tíma. Til að byrja með skynja börn tíma á þann hátt að þau þurfi að læra hvað klukkan er frekar að skilja hugtakið tími. Börn nota til dæmis afmælisdaga sem endapunkt tíma. „Í gær var ég fjögurra ára, en í dag er ég fimm.“ Hins vegar er miklu erfiðara að vita hve langur tími eitt ár er, þar sem börn hafa ekki upplifað sérstaklega mörg ár. Börn geta tengt skilning sinn á viku við að laugardagar eru nammidagar. Þennan skilning geta þau notað til að tala um hve margar vikur eru í ákveðinn atburð, til dæmis afmælið þeirra.

Börn þurfa að mæta ögrandi aðstæðum í leikskólanum sem tengist þeirra „heimi“. Samtalið hér á eftir er á milli Vilmu 3,5 ára og leikskólakennarans hennar.

- Vilma: Í dag sækir afi.
Leikskólakennari: Það verður skemmtilegt er það ekki?
Vilma: Umm, á morgun kemur mamma heim.
Leikskólakennari: Hvernig veistu það?
Vilma: Á morgun sækir amma.

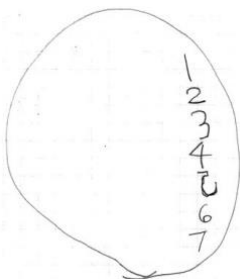
Vilma hefur ekki skilning á vikudögum sem slíkum en hún tengir skilning sinn á tíma við eitthvað sem gerist á ákveðnum vikudögum. Hún veit að það er mánudagur því að þá sækir pabbi og á þriðjudögum sækir afi og svo framvegis. Ári seinna hefur hún þroskað skilning sinn á tíma þar sem hún verður döpur í sambærilegu samtali. Hún hefur þroskað skilning sinn á því hve langur tími er þangað til að mamma kemur heim. Í leikskólanum er hægt að nota sögur til að ögra tilgátum-í-athöfn hjá börnum. Þá er hægt að spyrja til dæmis hvað gerist næst, hvað gerðist áður og hvernig þau vita það (Hoodless, 2002).

Tákna og tjá

Hugmyndir barna um mælingar er hægt að tjá með myndum eins og við höfum gert í þessari grein, en þær er líka hægt að sjá í teikningum barnanna. Í greininni *Útskýra* í þróunarhring 4 vísuðum við til rannsókna Amy MacDonalds (MacDonald, 2013; MacDonald & Lowrie, 2011) þar sem hún biður börn að teikna reglustiku og síðan að útskýra hvað þau teiknuðu. Hér að neðan eru dæmi um klukkuskífur sem sýna hvernig hugmyndir barna um tíma þróast hjá börnum.



Á fyrstu myndinni eru bara nokkur ógreinileg krottákn í hringlaga forminu sem tákna tölur.



Á seinni klukkuskífunni eru tölur upp í 7 þjappaðar saman á öðrum helmingnum.

Myndirnar sýna okkur þekkingu barnanna um það hvernig hægt er að nota klukkur til að segja til um tíma. Það virðist vera þannig að teikningar af klukkuskífum þróast á svipaðan hátt hjá börnum. Jafnframt má spyrja börnin hvað þau hafi teiknað á klukkuskífurnar sínar og hvers vegna. Oft vita þau meira en þau geta tjáð á teikningunni sinni.

Samantekt

Þegar börn byrja að nota einingar til að mæla hluti með, nota þau líka hugmyndir sínar um fjölda. Það að rannsaka, mynda hugtök og tjá mælingar, snýst þó um meira en að telja. Það eru mörg tækifæri í leikskólanum til að ögra hugmyndum barna. Meðfylgjandi er eitt dæmi frá leikskólakennara:

Í fyrstu tilraun mældi eitt barnið hæð sína með pennum. Eftir það byrjuðu börnin að búa til sitt eigið málband til að mæla hin börnin. Eftir nokkra stund varð það of erfitt. Þau komu með þá hugmynd að nota perlubox til að mæla hin börnin. Þau voru þó ekki nógu mörg og börnin sóttu kubba. Börnin mættu þó hindrun þegar þau uppgötvuðu að drengurinn sem var hæstur var sjö og hálfur penni að lengd. Tveir af hinum drengjunum voru jafnháir en þeir voru 30

perlubox og kubbar að hæð, en samt styttri en drengurinn sem var mældur með pennum. Telpan, sem var styst, var 28 perlubox og kubbar. Hvernig gat þetta staðist?

Reynsluheimur barna utan leikskólans býr einnig yfir ríkulegum tækifærum til að þróa áfram innan leikskólans. Í rannsókn Lembrér (2013) var það reynsla barnanna af að fara í ferðalag með fjölskyldum sínum sem varð til þess að þau ákváðu að teikna kort. Við hönnun kortsins unnu þau með leikskólakennaranum við að leysa mörg af þeim vandamálum sem komu upp, til dæmis með því að búa til brú sem bílarnir gátu keyrt yfir í báðar áttir og sem jafnframt var nógu há til að lestin kæmist undir. Í þessum aðstæðum úr hversdagsheimi barnanna urðu til mörg tækifæri til að ögra tilgátum-í-athöfn hjá börnunum.

Heimildir

Bishop, A. J. (1998). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

Hoodless, P. A. (2002). An investigation into children's developing awareness of time and chronology in story. *Journal of Curriculum Studies*, 34(2), 173–200.

Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching Children Mathematics*, 13(3), 154–158. Aðgengileg á:
<http://www.jstor.org/stable/41198899>

Lembrér, D. (2013). Young children's use of measurement concepts. Í *Proceedings from the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 6–10 February 2013, Antalya, Turkey.

MacDonald, A. (2013). Young children's ideas about measurement: What does a kindergarten student consider 'measuring' to be. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 18(1), 3–7.

MacDonald, A., & Lowrie, T. J. (2011). Developing measurement concepts within context: Children's representations of length. *Mathematics Education Research Journal*, 23(1), 27–42.

McDonough, A., & Sullivan, P. (2011). Learning to measure length in the first three years of school. *Australasian Journal of Early Childhood*, 36(3), 27–35.

Skolverket (2018). *Läroplan för förskolan: Lpfö 18 [Rafræn útgáfa]*. Stockholm: Skolverket.

Utbildningsdepartementet (2010). *Förskola i utveckling – bakgrund till ändringar i förskolans läroplan*. Stockholm: Regeringskansliet.

Wright, V., Drake, M., Gibbs, D., & Hughes, P. (2007). *Book 9: Teaching number through measurement, geometry, algebra and statistics*. Numeracy Professional Development Projects 2007 (Drög). Wellington, New Zealand: Ministry of Education.

Námskeið: *Magnskilningur barna í leikskóla*
Þróunarhringur 10: *Mælingar*
Nafn greinar á frummáli: *Mäta*
Þýðandi: *Margrét Vala Gylfadóttir*
Þýtt með leyfi frá Skolverket.